A romper globos. Un juego interactivo para trabajar fracciones[1]

Patricia Martínez Falcón
Mary Anna Cázarez Avíla
DGSCA-UNAM

Resumen

En este trabajo se presenta una actividad interactiva para trabajar algunos significados de las fracciones que se enseñan en la escuela primaria.

La actividad simula un juego de feria en el que se rompen globos que aparecen aleatoriamente en una recta. El alumno debe lanzar dardos para romperlos. Para hacerlo tiene que elegir la fracción que rompe cada globo.

Asimismo se muestran los resultados de una experimentación con alumnos de sexto grado de primaria.

Esta actividad tiene una característica didáctica fundamental: proporciona retroalimentación visual de las decisiones del alumno para resolver la situación.

Actividades de matemáticas en la red

A romper globos es una de las actividades que se encuentran en la sección "Échale coco" que está en la página **Matechavos.**

Matechavos es un sitio Web interactivo dirigido a niños de 6 a 12 años, que forma parte del Programa Universitario de Matemáticas Asistidas por Computadora (PUEMAC), desarrollado por el Instituto de Matemáticas y la Dirección General de

[1] Este trabajo se presentó en el XXXIII Congreso Nacional de Matemáticas y en el XX Simposio Internacional de Computación en la Educación, ambos llevados a cabo en el año 2004.

Servicios de Cómputo Académico (DGSCA) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

En la sección *"Échale coco"* se presentan actividades interactivas en las que se ponen en juego los conocimientos matemáticos escolares de manera informal.

Las actividades de la sección *"Échale coco"* están diseñadas considerando algunas de las características que debe contener una situación didáctica.

- el contenido matemático específico que se trabaja con la actividad no se hace explícito.
- Los niños tienen conocimientos previos que les permiten resolver la situación con estrategias diferentes. En la medida que se realiza varias veces una misma actividad, la estrategia evoluciona a otra más estructurada.
- La actividad implica al conocimiento que se desea enseñar, pero los niños pueden realizarla antes de disponer de dicho conocimiento. En los juegos de Échale coco, cada actividad se puede resolver con distintos procedimientos, pero en algunas versiones, se consideran características para bloquear algunas estrategias y propiciar otras, más elaboradas.
- La actividad debe permitir a los alumnos verificar por sí mismos el resultado de sus acciones. Esta característica es la más importante en las actividades de *Échale coco*. Los niños no necesitan que alguien externo (maestro) les diga si lo que hicieron está bien o no. Cada vez que eligen una respuesta la computadora les proporciona información visual de sus acciones, ellos solos se dan cuenta si acertaron o no y a veces pueden analizar dónde estuvo el error y cómo corregirlo. (cita)

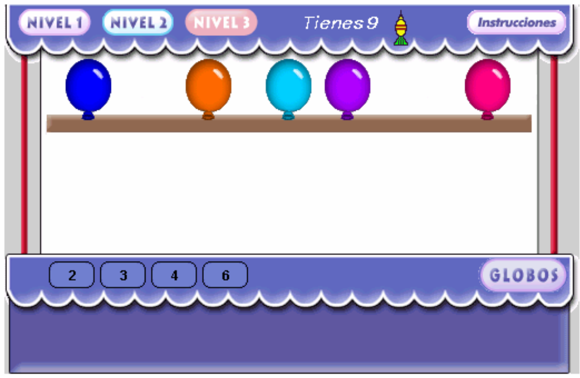
A romper globos. Un juego para trabajar con las fracciones

El juego consiste en que el niño rompa globos con dardos. El diseño gráfico de la actividad tiene relación con el juego de los globos en la feria por lo que la actividad contiene dibujos simulando un puesto de feria. Los globos están sobre una barra, para reventarlos se debe estimar en qué fracción de la barra se encuentra cada uno.

El juego se inicia al elegir un nivel, de inmediato se indica el número de dardos a usar y el botón ***globos***. Se da un click en el botón para que cinco globos de distintos colores salgan de la parte inferior y se coloquen aleatoriamente sobre una fracción de la barra.

El niño tiene que romper los globos indicando en que fracción quiere lanzar un dardo. Por ejemplo, si lanza un dardo en ½ el dardo queda “clavado” y la fracción se escribe. Esto puede ser útil para estimar los siguientes dardos.

Nivel 1		En este nivel la recta mide una unidad y las fracciones que pueden utilizarse son menores a un entero. En este nivel sólo se trabaja con medios, cuartos y octavos. Todas las fracciones son visibles para los alumnos y cuando ya ha utilizado alguna queda inhabilitada.
Nivel 2		En este nivel la recta mide dos unidades y se pueden utilizar fracciones impropias. Se sigue utilizando medios, cuartos y octavos. Aparecen los botones que indican los denominadores. Al dar clic sobre uno de ellos,

		aparecen todas las fracciones con ese denominador.
Nivel 3		En este nivel la recta mide dos unidades y se pueden utilizar fracciones impropias. Las fracciones que se utilizan son medios, tercios, cuartos y sextos. Las fracciones con cada denominador aparecen al dar clic en uno de los números que aparecen en la parte inferior de la pantalla.

La actividad *A romper globos* tiene el propósito de que el niño ponga en juego algunos conceptos, operaciones y características de las fracciones que se trabajan en educación primaria.

- **El orden de las fracciones en la recta numérica.** Al jugar, los niños observan el orden de las fracciones a partir de los dardos que lanzan aunque tengan fracciones de distinto denominador. Cuando ya se encuentra varios dardos en la recta, el alumno puede anticipar en dónde se ubicará una fracción antes de ser lanzada. (SEPa, 1994- planes y programas)

- **Fracciones equivalentes.** Los niños observan que varios dardos pueden caer en el mismo lugar de la recta, por ejemplo, 4/6 es igual a 2/3.

- **Fracciones impropias.** Todas las fracciones se representan como fracciones impropias menores de dos enteros, por ejemplo para representar $1\frac{3}{4}$ se plantea como 7/4, para representar un entero se plantea como 2/2, 3/3, 4/4, 6/6, 8/8.

Por otro lado, la actividad permite observar algunas de las características de los números racionales, que difieren de los números naturales.

- Los números racionales representan un conjunto ordenado, al igual que los números naturales, sin embargo, no se ordenan de la misma manera, ya que en este caso, hay que tomar en cuenta tanto el numerador como el denominador. Así pues, el número 3/8 es menor que ½ a pesar de contener números más grandes. Como veremos más adelante, este es un punto de conflicto en el aprendizaje de las fracciones, ya que los niños observan el numerador y el denominador como dos números naturales independientes entre sí.

- A diferencia de los números naturales, los números racionales representan un conjunto denso, ya que entre dos números racionales hay una cantidad infinita de números. Por ejemplo, entre ¼ y ½ hay varias fracciones, está 3/8, 5/6, 2/5, entre otros.

Resultados

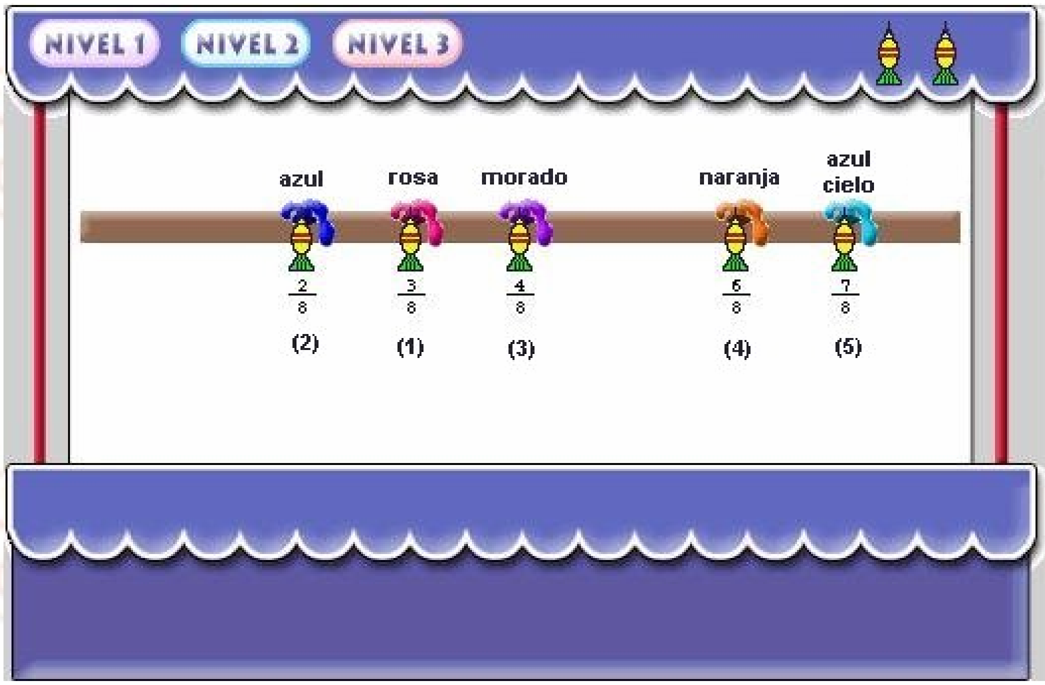
El juego se experimentó con 10 niños de una escuela primaria pública del D. F. A partir de las dificultades que se presentaron en las primeras observaciones, se hicieron algunos cambios y el juego quedó como se presenta.

A continuación comentaremos la manera como dos niños trabajaron con el juego, tratando de destacar algunos aspectos importantes en relación con el aprendizaje de las fracciones.

Andrea. Los tiros al azar permiten generar una estrategia

Andrea jugó las distintas versiones lanzando dardos para ver en qué parte de la pantalla caía y a partir de allí poder hacer estimaciones. Veamos lo que hizo en cada nivel de dificultad.

Nivel fácil



Cuando se le pone el juego a Andrea, se queda mirando la pantalla hasta que la observadora le pregunta qué hacer.

> *Mary Anna.- ¿Para cuál te gustaría primero?*
>
> *Andrea.- A ver en dónde cae 3/8.* (lanza el primer dardo)
>
> *Mary Anna.- cayó en el rosa.*
>
> *Andrea.- mmm también intentaríamos con 4/8 a ver en dónde cae...*
>
> *Mary Anna.- tú ¿dónde crees que caería?*
>
> *Andrea.- más o menos por acá (Por el globo azul) Y 2/8 por aquí. (lo calcula por el globo morado)*

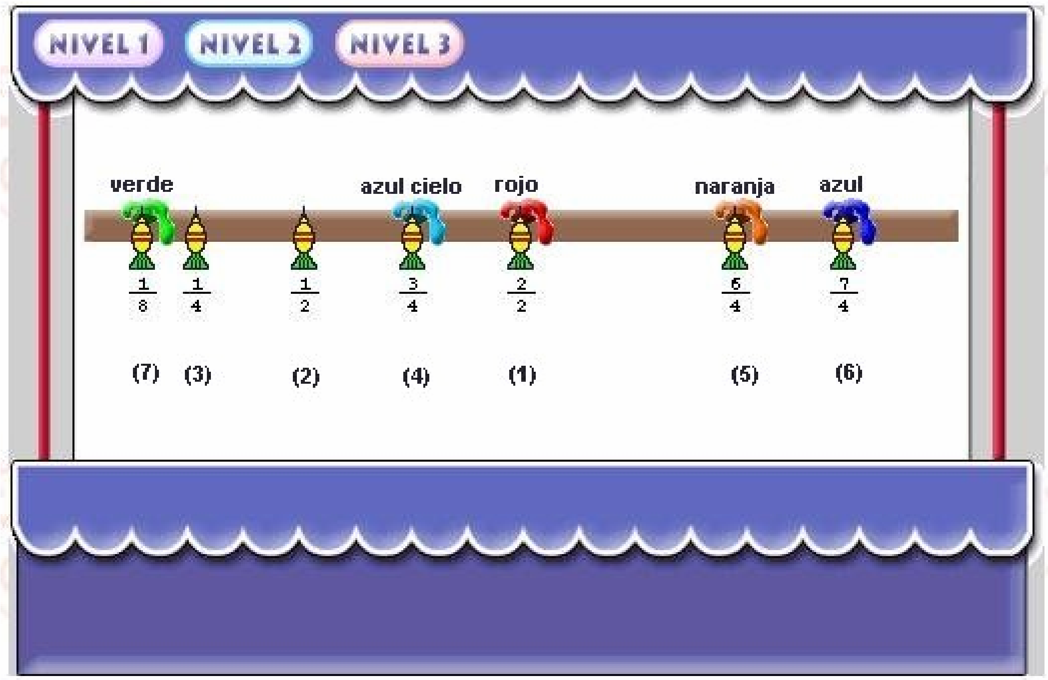
Andrea usó en varias ocasiones la estrategia de lanzar fracciones aparentemente al azar para ubicar algunos puntos en la recta y a partir de allí pensar en las otras fracciones.

Por otro lado, a partir de los comentarios que hace se puede observar que ella considera el orden de las fracciones de derecha a izquierda, es decir, las fracciones pequeñas las ubica del lado derecho de la pantalla y las grandes al lado izquierdo.

Para el segundo tiro, decide tirar un dardo en 2/8 para ver "dónde cae". Revienta el globo azul.

Estos dos tiros, en principio azarosos, le permiten generar una estrategia para calcular la ubicación de los demás globos calculando en qué octavo se encuentran ubicados. El resto de los globos los revienta rápidamente.

Nivel 2



En este nivel la barra donde aparecen los globos mide dos enteros. Andrea ubicó visualmente de manera rápida en dónde sería un entero. Más adelante identificó que la fracción 4/4 caería en el mismo lugar. Esto denota que, al menos en fracciones sencillas, entiende implícitamente la características de los racionales en relación a que dos números pueden quedar en un mismo punto de la recta.

Para lanzar el primer dardo, Andrea dice lo siguiente:

Andrea.- para el entero es como para el rojo, ¿no?

Mary Anna.- ándale, podría ser el entero en el globo rojo.

Andrea.- Entonces voy a poner 2/2. (tira el primer dardo y rompe el globo rojo)*. Entonces como le calculé aquí a la mitad y son dos enteros, sería aquí como ½.* (Tira el segundo dardo sólo para ubicar dónde queda ½.) *Ya no me sirven los medios. Tendría que cambiar. ¼ quedaría por aquí ¿no?* (señala el globo azul cielo*) no sé...* (Tira el tercer dardo en ¼ y no rompe ningún globo)*. ah! entonces sería como 2/4*

En este momento, Andrea no se percata de la equivalencia entre ½ y 2/4. Aparece una concepción errónea de ver a las fracciones como números naturales. Dado que en la fracción 2/4 los números del numerador y denominador son mayores que ½, Andrea estima que la fracción es mayor. Antes de lanzar el dardo, la observadora le pregunta:

Mary Anna.- Pues fíjate donde esta ¼. Dime, ¿dónde te caería 4/4?.

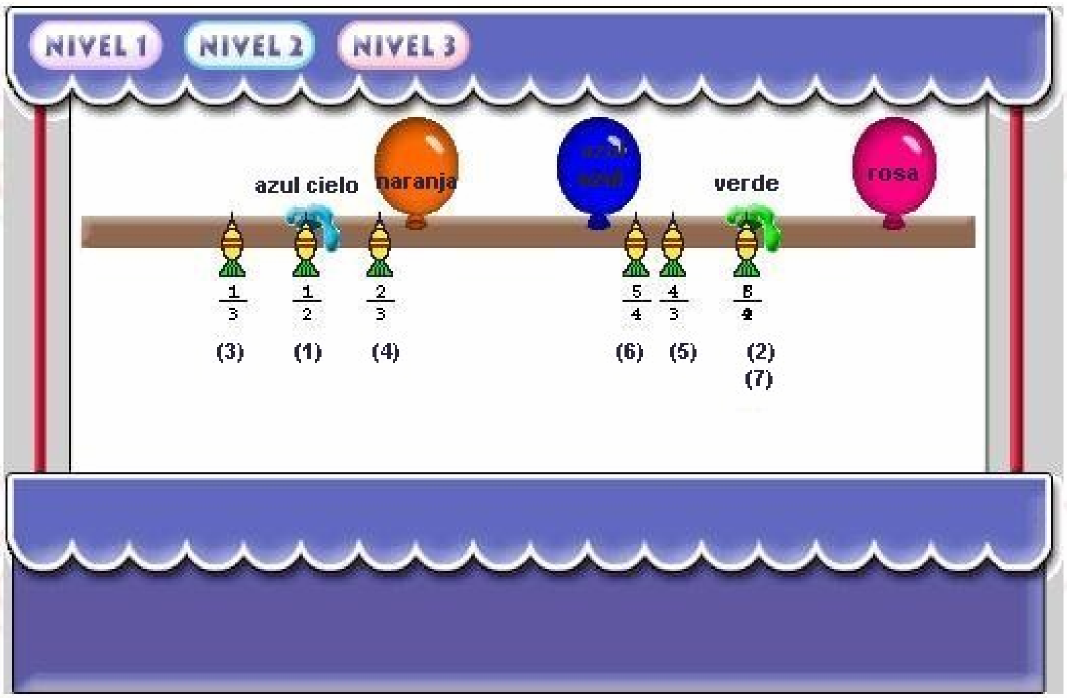
Andrea.- Aquí (señala el primer entero de la barra) *ah! Entonces 3/4 me cae en el globo azul. (*Tira el cuarto dardo y atina)

Para romper los últimos globos, Andrea retoma los dardos que ha tira y compara las distancias entre varios globos para detectar dónde están los globos que ha roto. Para el globo azul oscuro identifica que la distancia de éste al extremo derecho de la barra, es la misma distancia que hay de la fracción ¼ que ya tiró y el extremo izquierdo de la barra. Así pues, detecta que están en 7/4.

Finalmente, como la distancia entre el globo naranja y el globo azul es la misma que la del globo azul al extremo derecho de la barra, Andrea estima que tiene que tirar un dardo en 6/4 y atina.

Nivel 3. Primer juego

Para el tercer nivel, Andrea jugó dos veces. Ambos juegos resultaron interesantes, por lo que comentaremos cada uno de ellos. En el primer juego estos son los dardos que lanzó:



Cuando observa la pantalla con los globos ubica rápidamente la mitad de la barra diciendo:

> *Andrea. Aquí más o menos es la mitad, entonces con el 2 (está por tirar 2/2) ah!, pero si lo tiro no le daría a ningún globo.*

En ocasiones anteriores, Andrea lanzaba dardos en algunas fracciones (medios, cuartos y un entero) aunque no hubiera ningún globo, simplemente con el fin de ubicar algunas fracciones en la barra y de allí poder estimar el sitio donde estaban los demás globos. En esta ocasión, hace una buena estimación y no lanza el dardo porque sabe que entonces lo perdería.

Posteriormente ubica el globo azul en ½ y dice:

Andrea: Sería como por aquí ½ (estima romper el globo azul cielo, tira el primer dardo y atina)

Ahora 2/2 para éste (calcula 2/2 para el globo anaranjado pero de inmediato corrige recordando que 2/2 caería en medio de la barra) *Pero 3, para el azul marino* (tira el segundo dardo en 3/2 y cae en el globo verde)

Andrea hace una estimación incorrecta para el globo que quiere romper. Sin embargo, no parece sorprendida de haber fallado dado que, finalmente, rompió un globo.

Decide cambiar de denominador porque los medios "ya no le sirven". Dice: *Ahora voy con tercios; ah! ya entendí, los "grandes" caen para acá*. Se refiere a que si los numeradores son más grandes que el denominador, las fracciones caen del lado derecho de la barra. En este caso, tiene ubicadas las fracciones ½ y 3/2, de manera que el 3/2 queda más hacia la derecha.

Estima que con 1/3 puede romper el globo anaranjado. Lanza el tercer dardo y falla. Nuevamente aparece la concepción errónea de ver a los números racionales como si fueran números naturales. Andrea cree que 1/3 debe ser más grande que ½ porque el tres es mayor que el dos.

Frente al error, Andrea decide abandonar la idea de romper el globo naranja, al menos por el momento. Comenta que el globo rosa se puede romper con 2/3 o con 4/3. La observadora no tiene tiempo de pedirle que anticipe dónde caerán estos dardos, porque Andrea lanza rápidamente el cuarto dardo en 2/3 y el quinto en 4/3.

Como se ve, ambas estimaciones (2/3 y 4/3) son lejanas a donde está el globo rosa. Parece que continúa con la hipótesis de que estas fracciones, al menos 4/3, debe ser más grande que ½ que ya está en la barra. Se sorprende de que ha lanzado cinco dardos y sólo ha roto dos globos.

Al final sólo le quedan dos dardos para lanzar. Esta vez observa la barra y trata de estimar antes de lanzar el sexto dardo. Dice lo siguiente:

> *Andrea: ¾ caería como por aquí* (lo calcula antes del entero, pero no señala al globo naranja)*, 5/4 caería como por el azul, ¿no? (*Lanza el sexto dardo y falla. Aunque la estimación es cercana al lugar donde estaba el globo, no logra romperlo)

Para el último dardo tira la fracción 6/4 creyendo que va a romper el globo rosa y nuevamente pensando que la fracción 6/4 es más grande que ½, porque tanto el numerador como el denominador son mayores. Cuando ve que cae en el mismo sitio que 3/2 se ve decepcionada y dice que eran iguales.

Como se puede observar, este juego le resultó muy difícil a Andrea, porque en más de una ocasión estimó de manera incorrecta el lugar donde caerían los dardos. Se fijó en los numeradores y denominadores de manera independiente y esto le impidió pensarlos como fracciones.

Por otro lado, con esta concepción equivocada, el orden de las fracciones que ya tenía ubicadas en la pantalla no le permitieron ubicar el lugar donde caerían las otras fracciones. Le resulta difícil entender cómo es que 1/3 queda al lado izquierdo de ½, cómo 5/4 está a la izquierda de 3/2 y cómo 3/2 es equivalente a 6/4.

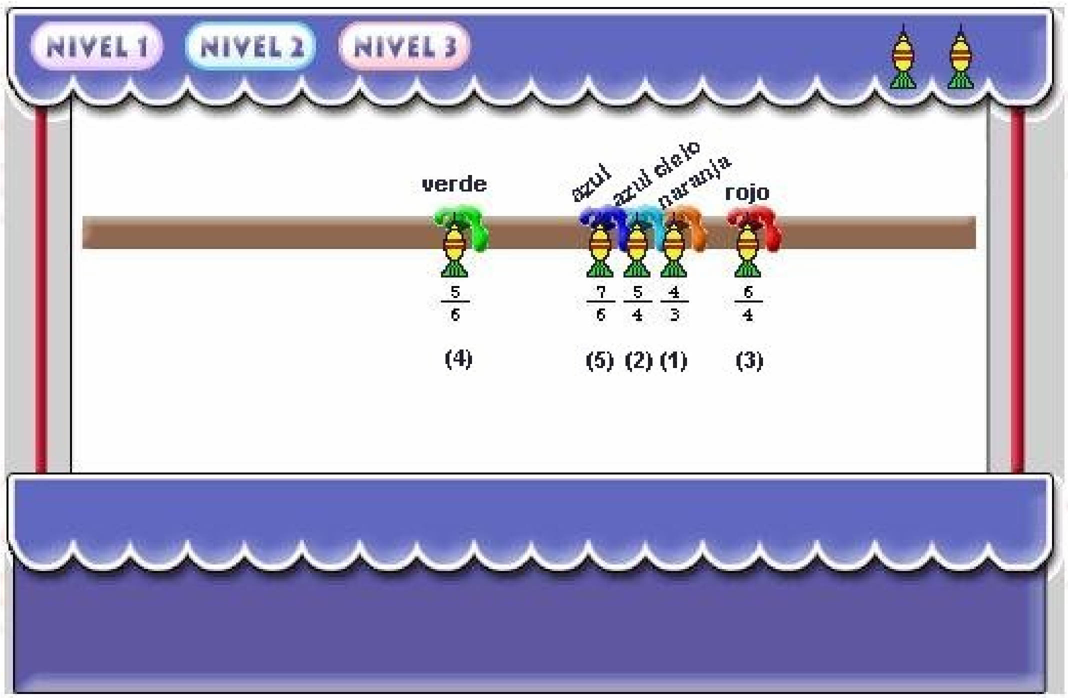
El juego, sin embargo, permite poco a poco ir reflexionando sobre estos aspectos. Recordemos que el papel del maestro es un elemento fundamental para que los alumnos se vayan apropiando de los conocimientos.

Una tarea interesante es pedir al alumno que anticipe dónde caerán los dardos antes de lanzarlos y después reflexionar sobre los dardos que ya están ubicados, justamente para empezar a darse cuenta de que los números racionales no tienen las mismas propiedades que los números naturales.

Veamos ahora cómo el fue a Andrea en la segunda ocasión que juega con el nivel más difícil.

Nivel 3. Segundo juego

En este segundo juego aparecen cuatro globos muy cercanos entre sí (azul, azul cielo, naranja, rojo). Logra romper todos los globos, sin embargo, como veremos a continuación sus estimaciones no siempre son atinadas.



Andrea observa la pantalla y trata de recuperar lo que hizo en el juego anterior. Dice:

> *Andrea.- "1/3 quedaría por aquí* (lo ubica correctamente)*, 2/3 por acá* (lo ubica bien) *3/3 por acá, y 4/3 por aquí* (lo hace más o menos bien) *Entonces para el anaranjado, por allí sería 4/3"* (Tira el primer dardo y atina)

Cambia el denominador a cuartos y comienza a hacer cálculos:

> *Andrea: "¼ como hasta por acá ¿no?* (lo ubica correctamente) *4/4 sería la mitad, más o menos hay que intentar con 5/4"* (Decide tirar el segundo dardo en 5/4 para ver "dónde cae el dardo". Rompe el globo azul cielo)

Como se puede observar, Andrea regresa a la estrategia de lanzar dardos al azar. En este caso, tiene la seguridad de que se va a romper un globo, pero no tiene la certeza de cuál.

Para romper el globo azul marino dice: *“Yo creo que seguiría 6/4 para el globo azul”* . Rápidamente lanza el cuarto dardo y rompe el globo rojo.

Lamentablemente, su tiro fue tan rápido que no dio oportunidad para que reflexionara sobre este tiro en relación con los dardos que ya había lanzado. No podemos saber por qué estimó que 6/4 podía quedar antes de 5/4 en la recta.

Como ha sucedido en juegos anteriores, el hecho de lograr romper un globo, evita que se dé cuenta de que el tiro que lanzó rompió un globo distinto al que esperaba.

Después ubica dónde quedaría la fracción 7/4 para terminar de usar los cuartos y comenta que con esa fracción no rompería ningún globo. *“De aquí 7/4 caería hasta acá. Entonces ya no me serviría ninguno”.*

Para terminar cambia el denominador por sextos. Logra ubicar bien el entero (6/6). Estima que el globo verde queda en la fracción 5/6 porque está a la izquierda. Lanza el dardo y atina.

Finalmente, estima que el globo azul puede estar en 7/6. Lanza el dardo y atina.

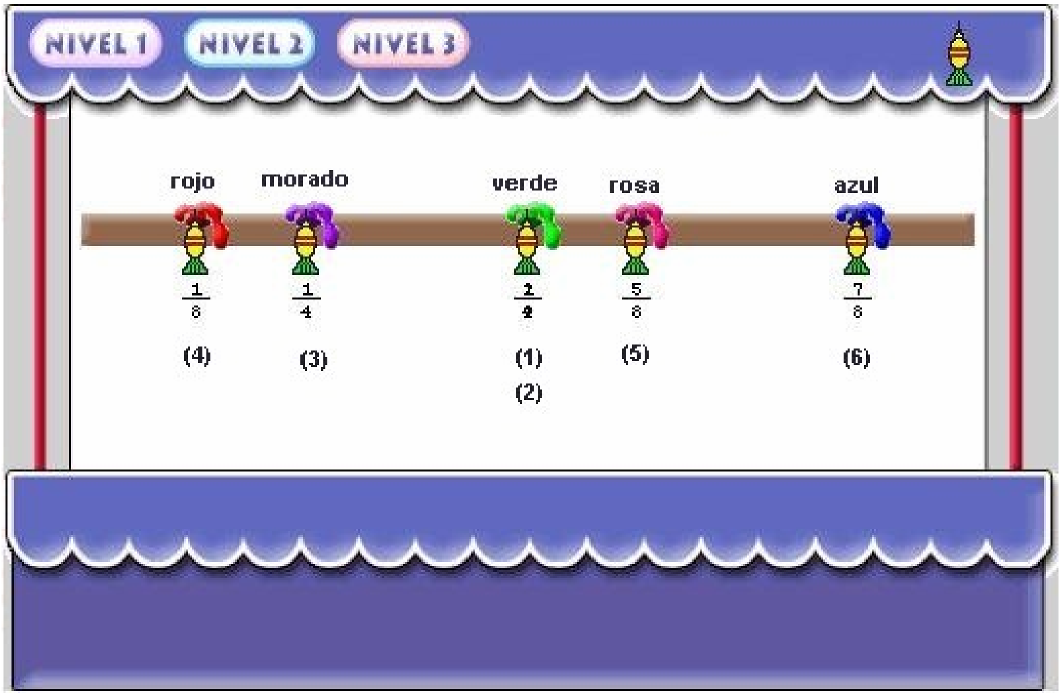
Como se ve, en este segundo juego, la estrategia de Andrea es más sistemática y tratando de pensar en las fracciones con un mismo denominador, lo que le permite ubicar bien algunas de las fracciones, como los sextos.

Aunque sigue sin tomar en cuenta el orden de las fracciones considerando distintos denominadores, sería interesante observar qué pasaría en juegos nuevos, para pensar en dónde quedan ubicadas algunas fracciones y por qué.

Israel. La construcción de una estrategia

Nivel 1

Veamos la forma como jugó Israel en el nivel fácil. Rompió los globos como se indica en la imagen:



En términos generales, la mayoría de los niños identificó las fracciones “un medio” y “un cuarto” sin dificultad. Esto puede explicarse porque son las fracciones que se estudian con más frecuencia en la escuela primaria.

Cuando aparecen los globos, Israel los observa y decide romper en primer lugar el globo verde

> *Israel.- El globo verde está a la mitad de la barra* (tira ½ y lo revienta) *Ahora, para el globo morado... sería ¼* (Por error elige la fracción 2/4 y equivoca el tiro)

El hecho de haber fallado el segundo dardo hace que Israel se dé cuenta de que hay dos fracciones que puede usar para romper el globo verde.

> *Mary Anna.- ¿Viste en dónde cayó 2/4?*

> *Israel.- Sí, aquí (señala ½ ya ubicado)...*

Mary Anna.- ¿y qué significa?

Israel.- ¿Que es igual a ½?

Mary Anna.- Sí, que 2/4 es igual que ½

Israel.- Que equivale!

Después tira ¼ para el globo morado (comenta que era la fracción que había dicho con anterioridad) y lo revienta.

Para el globo rojo tira un dardo en 1/8 y lo rompe.

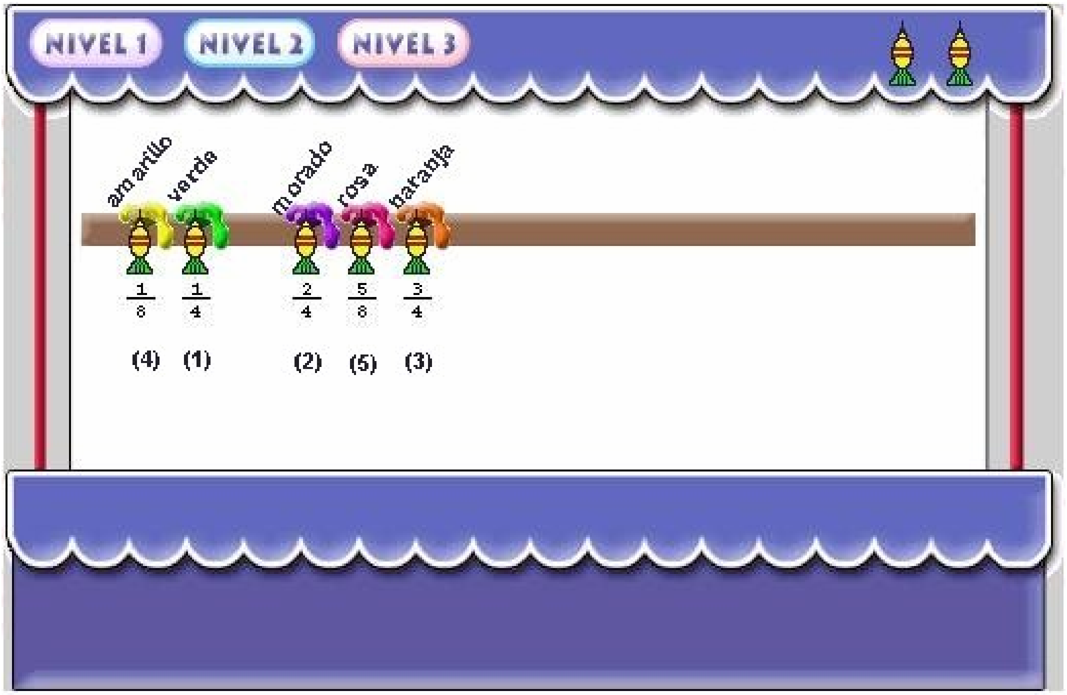
Para el globo rosa se fija en las fracciones que tiene en la barra, 1/8, ¼ , ½, 2/4 entonces, con sus dedos, empieza a medir octavos desde 1/8, y calcula 4/8 en ½. Verbaliza que la fracción 4/8 es equivalente a ½. Calcula que con un dardo en 5/8 puede romper el globo rosa y lo hace.

Para el globo azul continúa la estrategia de medir la barra en octavos y calcula 7/8. Lanza el dardo y atina.

Como se puede observar, A partir de romper el globo ubicado en la fracción 1/8, Israel logra observar que esta fracción le permite calcular la ubicación de todos los globos considerando octavos. Esta estrategia le permitió en otros juegos romper rápidamente los globos.

Nivel 2

En esta segunda versión la recta mide dos enteros. Israel
Israel (nueva versión) (segundo nivel) (primera vez)

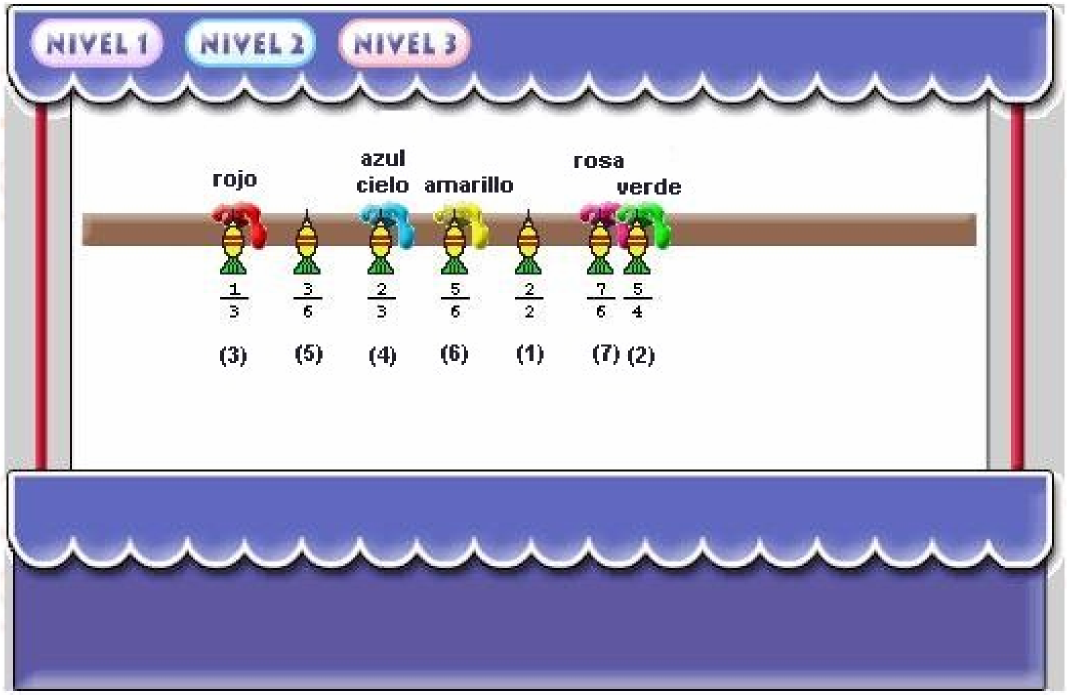


Empieza por estudiar el globo amarillo y el globo verde.

(empieza a contar el número de marcas en la orilla de la cortina del puesto de la feria; cuenta 16 marcas, lo divide entre dos y dice que la mitad esta en 8)

Israel.- Aquí sería la mitad.
Ma.- no olvides que de dos enteros.
Israel.- aquí sería ¼ para el globo morado. (Tira y revienta el globo verde) ah, no... si, por que esto (señala la barra) equivale a dos enteros.
Ma.- para el globo amarillo o el morado que globo será...
Israel.- para el morado 2/4 (tira y lo revienta) (calcula) para este (globo anaranjado) ¾ (tira y lo revienta) 1/8 para el amarillo (tira y atina) (desde 1/8 mide para el globo rosa aproximándose 1/8 2/8 3/8 4/8) y 5/8 para el rosa (tira y atina)
Observaciones.- A pesar de que le indico que la barra corresponde a 2 enteros él al tirar sigue pensando en un entero para la barra. Pues al tira ¼ para el globo morado, en realidad cae en el globo verde, y él mismo admite haber olvidado que la barra equivale a 2 enteros.

Nivel 3



El primer dardo que lanza Israel es 2/2. Tiene el propósito de ubicar la mitad de la barra, pera a partir de aquí hacer los cálculos de las demás fracciones.

El segundo tiro lo lanza en 5/4 con el propósito de romper el globo verde. Cuenta los holanes que hay en el segundo entero. Como hay 8 holanes y el globo verde se encuentra en el segundo, con sus dedos mide la distancia entre 2/2 y el globo y luego ve que esta distancia cabe 4 veces en la segunda mitad de la barra. Sabe que el globo está en el primer cuarto del segundo entero, y como sabe que 4/4 es equivalente a 2/2, deduce que el globo está en la fracción 5/4.

En el tercer tiro decide romper el globo rojo. Calcula con sus dedos que la distancia del punto cero al globo rojo es 1/3 porque cabe 3 veces en un entero.

El cuarto tiro que hace no le representa problema, dado que el cálculo anterior le permite saber que el globo se encuentra en la fracción 2/3.

Enseguida decide romper el globo amarillo, que se encuentre entre las fracciones 2/3 y 2/2. Estima que el globo estará en la fracción 3/6. En esta estimación Israel se olvida de que está trabajando con fracciones y observa al numerador y denominador como números naturales. Dado que el 3 es mayor que el 2 (en el numerador) y el 6 es mayor que el 3 (en el denominador), cree que la fracción es mayor. Lanza el quinto dardo se sorprende de ver dónde cayó el dardo. Este error se observó en todos los niños. En varios momentos hacen estimaciones de este estilo, mostrando dificultad en entender una de las propiedades de los números racionales.

No obstante, el error le permite manejarse con sextos, al observar los dardos que están en las fracciones 1/3, 3/6 y 2/3. Dice que el globo azul está en otro sexto, deduce que el globo azul se encuentra en la fracción 4/6, por lo tanto el globo amarillo está en la fracción 5/5. Lanza el dardo y rompe el globo amarillo.

Finalmente, la representación visual de los dardos que ha lanzado le permite calcular que el último globo (rosa) se encuentra en la fracción 7/6.

Este proyecto surgió, por el interés de algunos miembros del Instituto de Matemáticas de acercarse a otros niveles educativos, a fin de mostrar de manera fresca y atractiva las matemáticas. También se trata de conquistar adeptos que no solo terminen estudiando matemáticas o carreras científicas, si no también para cambiar la perspectiva que se tiene de las matemáticas, para que dejen ser el ogro de los niños en la escuela, la materia aburrida, y se demuestre que son interesantes, divertidas y útiles.

Con la ayuda de este tipo de herramientas para la enseñanza se logra despertar la curiosidad acerca de las matemáticas; mostrarlas como algo interesante y atractivo. En este portal el usuario puede jugar, divertirse, aprender y/o profundizar sus conocimientos.

Entonces con métodos de enseñanza adecuados, más dinámicos e interesantes, que despierten la curiosidad y el interés de los niños y jóvenes, el aprendizaje de las matemáticas será más eficiente y atractivo; de ésta forma se dejará de pensar que las matemáticas son feas y aburridas.

En el aprendizaje de las matemáticas se obtiene la capacidad de resolver problemas, de pensar ordenadamente y razonar, pero desafortunadamente este no es el punto de vista que se toma con mayor frecuencia. El problema también recae en la formación de los maestros, ya que estos no están enseñando las matemáticas de la manera más adecuada posible y en muchos de los casos, no se sienten seguros de lo que están enseñando para transmitirlo de una manera agradable y atractiva al estudiante.

CONCLUSIONES

Los estudiantes toman decisiones sobre cómo enfrentarse con problemas y comunicar sus ideas.

Los estudiantes usan métodos, destrezas y conceptos para buscar y comunicar las soluciones a los problemas.

Los estudiantes determinan cuando una solución está completa y es razonable y pasan más allá de un problema en particular haciendo una generalización con otras situaciones.

Lo importante es que los propios niños ‘construyan’ las operaciones con fracciones. Construcción que debe basarse en las propias actividades del alumno, como: estimación, desarrollo del sentido del orden y tamaño.